Oscillations du système balancier - spiral avec défaut d'équilibre

Amortissement libre avec défaut d'équilibre

Balancier annulaire monométallique d'une montre bracelet

Référence :D:\Résonateur (TE)\Data\Montre HES.mcd(R)

$T_0 = 0.25\,s$ $\quad f = 4\,s^{-1}$ $\quad \omega_0 := 2\cdot\pi\cdot f$ $\quad J_b = 10\,mg\cdot cm^2$ $\quad C = 6.317\times10^{-7}\,N\cdot m$ $\quad M_b = 59.5\,mg$

$f_b := 4.13\cdot10^{-3}$ $\quad \eta_b := 1.56\cdot10^{-3}$ $\quad \kappa_b := 0.5\cdot10^{-4}$ $\quad f_b = 0.237\,deg$

Défauts d'équilibre $\quad a_G := 0.004\cdot mm$ $\quad \beta_G := 30\cdot deg$

Position d'équilibre

$$C\cdot\theta + M_b\cdot g\cdot a_G\cdot sin(\theta+\beta_G) = 0$$

Valeur exacte: $\quad \theta_e := -0.2\cdot deg$ $\quad \theta_e := racine(C\cdot\theta_e + M_b\cdot g\cdot a_G\cdot sin(\theta_e+\beta_G),\theta_e)$ $\quad \theta_e = -0.2\,deg$

Valeur approximative $\quad \theta_e(\beta_G) := \dfrac{-M_b\cdot g\cdot a_G\cdot sin(\beta_G)}{C + M_b\cdot g\cdot a_G\cdot cos(\beta_G)}$ $\quad \theta_e(\beta_G) = -0.10552\,deg$

Décalage max de la position d'équilibre $\beta_m := arccos\left(\dfrac{-M_b\cdot g\cdot a_G}{C}\right)$ $\quad \beta_m = 90.212\,deg$ $\quad \theta_e(\beta_m) = -0.212\,deg$

Equation différentielle et graphe du mouvement

Système différentiel de l'oscillateur avec frottements et défaut d'équilibre

$\theta' = v$

$v' + (\omega_0)^2\,\theta + 2\eta\omega_0 v - \varepsilon\kappa v^2 - \varepsilon\omega_0^2 f = -Mga/J_b\,\sin(\theta+\beta)$

Solution numérique

Position initiale $\quad q_0 := 180\cdot deg$ $\quad$ Vitesse initiale $\quad v_0 := 90\cdot rad\cdot s^{-1}$

Durée d'observation (nombre de périodes): $\quad nb\_p := 80$ $\quad T_t := nb\_p\cdot T_0$ $\quad np := 32\cdot nb\_p - 1$

$np = 2.559\times10^3$ $\quad j := 2400\,..\,np$

Amortissement avec défaut d'équilibre $\quad a_G = 4\times10^{-3}\,mm$ $\quad \beta_G := \beta_m$ $\quad \omega_0 := \omega_0\cdot s$

$$\boldsymbol{q} := \begin{pmatrix} q_0 \\ v_0\cdot s \end{pmatrix} \qquad \boldsymbol{D}(t,q) := \begin{bmatrix} q_1 \\ -\omega_0^2\cdot q_0 - \omega_0^2\cdot f_b\cdot\dfrac{q_1}{|q_1|} - 2\cdot(\omega_0\cdot\eta_b)\cdot q_1 - \kappa_b\cdot\dfrac{(q_1)^3}{|q_1|} + \dfrac{M_b\cdot g\cdot a_G\cdot s^2}{J_b}\cdot sin(q_0+\beta_G) \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{Z} := rkfixe(\boldsymbol{q},0,T_t\cdot s^{-1},np,\boldsymbol{D}) \qquad \boldsymbol{t_1} := \boldsymbol{Z}^{\langle 0\rangle} \qquad \boldsymbol{\theta_1} := \boldsymbol{Z}^{\langle 1\rangle}$$

Amortissement sans défaut d'équilibre $\quad a_G := 0\cdot mm$ $\quad \beta_G := 0$

$$\boldsymbol{q} := \begin{pmatrix} q_0 \\ v_0\cdot s \end{pmatrix} \qquad \boldsymbol{D}(t,q) := \begin{bmatrix} q_1 \\ -\omega_0^2\cdot q_0 - \omega_0^2\cdot f_b\cdot\dfrac{q_1}{|q_1|} - 2\cdot(\omega_0\cdot\eta_b)\cdot q_1 - \kappa_b\cdot\dfrac{(q_1)^3}{|q_1|} + \dfrac{M_b\cdot g\cdot a_G\cdot s^2}{J_b}\cdot sin(q_0+\beta_G) \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{Z} := rkfixe(\boldsymbol{q},0,T_t\cdot s^{-1},np,\boldsymbol{D}) \qquad \boldsymbol{t_0} := \boldsymbol{Z}^{\langle 0\rangle} \qquad \boldsymbol{\theta_0} := \boldsymbol{Z}^{\langle 1\rangle}$$

Graphe du mouvement (différences d'amplitudes aux mêmes instants)